

ALDAGAI ERREALEKO FUNTZIO ERREALAK (15/16 – 16/17)

(Definizio-eremuak, limiteak, jarraitutasuna, deribatuak eta diferentziala. Gradienteak. Funtzio konposatuak)

1.- Aurkitu analitiko eta grafikoki $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{(x+y-1) \cdot \sin x}}$ funtzioaren definizio-eremua.

2.- Aurkitu analitiko eta grafikoki hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

$$f(x,y) = \frac{1}{\arcsin(xy)} + L(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

5.- Aurkitu analitiko eta grafikoki hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{2 - |x-y|}}{L(4 - x^2 - y^2)}$$

3.- $f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^x - e^y}{x-y} & \forall (x,y) / x \neq y \\ e^x & \forall (x,y) / x = y \end{cases}$ funtzioa emanik, kalkulatu bere lehenengo deribatu partzialak.

4.- $f(x,y) = \begin{cases} \frac{L(x^2 + y^2) \cdot L(1+xy)}{\sin(x^2 + y^2)} & \forall (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ funtzioa emanik, aztertu bere diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

5.- $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3)}{x^2 + y^2} & \forall (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ funtzioa emanik, aztertu bere jarraitutasuna eta diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

6.- $f(x,y) = x \cdot e^{|y|}$ funtzioa emanik,

- Kalkulatu bere deribatu partzialak (0,0) eta (1,0) puntuetan
- Aztertu bere diferentziagarritasuna (0,0) eta (1,0) puntuetan

7.- $f(x,y) = |y| \cdot \sin(x^2 + y^2)$ funtzioa emanik:

- Estudiatu bere jarraitutasuna (0,0) puntuan.
- Aurkitu bere deribatu partzialak (0,0) puntuan.
- Estudiatu bere diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

8.- Erantzun, arrazoituz (beharrezkoa bada, kontradibide bat jarritz), hurrengo galderak:

- Jakinda (0,0) puntuan zuzen guztietan zehar kalkulaturako f funtzioaren limite direkzionalek 0 balio dutela, ondoriozta dezakegu $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 0$?

- b) Baldin f funtzio diferentziagarria bada $(0,0)$ puntuan, eta, puntu horretan, zuzen guztietan zehar kalkulatuak limite direkzionalek 1 balio badute, ondoriozta dezakegu $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 1$?

9.- Diferentziala erabiliz, kalkulatu kono baten bolumena kalkulatzeko egindako errorea, oinarriaren erradioa (100mm) eta altuera (250mm) neurtu ditugunean, gehienez, neurketa bakoitzean, 1mm-ko errorea egin badugu.

10.- Izan bitez x eta y triangelu angeluzuzenaren katetoen luzerak. Diferentziala erabiliz, kalkulatu hipotenusaren luzeraren hurbileko balioa, katetoen luzerak $x = 4.1 \text{ cm}$ eta $y = 2.9 \text{ cm}$ direnean.

11.- Lantegi batean isuri kimikoa gertatu da. Lekuaren kutsadura-maila $f(x,y) = e^{-x^2-(y-1)^2}$ funtzioak adierazten du, (x,y) planoko puntuan. $P(2,1)$ eta $Q\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ puntuetan langile bana dago.

- Zein da kutsadura-maila leku horietan? Zein da P eta Q puntuetako kutsadura-maila berdineko puntuek definitzen duten leku geometriko? Marraztu.
- Zein norabide eta noranzko aukeratuko dute P eta Q puntuetan dauden langileek, kutsadura-maila ahalik eta arinen jaisteko? Marraztu norabide hauek.

12.- Mendi baten altuera $z = f(x,y)$ funtzio diferentziagarriak adierazten du. $P(x,y) = (1,2)$ puntuan gaude. $\vec{u} = (1,1)$ bektorearen norabidean mugitzen bagara, altueraren aldakuntzaren abiadura $\frac{1}{\sqrt{2}}$ da. Eta, $\vec{v} = (0,-1)$ bektorearen norabidean mugitzen bagara, berriz, altueraren aldakuntzaren abiadura -2 da.

- Aurkitu norabidea zeinean mugitu beharko dugu:
 - altuera berdinean mantendu nahi badugu.
 - ahalik eta arinen jaitsi nahi badugu.
- Kalkulatu altueraren aldakuntzaren abiadura $2x + y = 31$ zuzenaren norabidean mugitzen bagara.